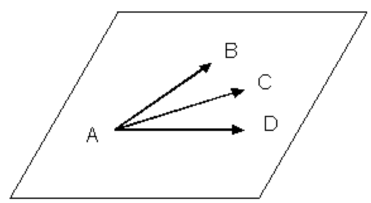
Vektorinė sandauga.

1. Trikampio ABC viršūnės yra taškai A(1, -1, 2), B(5, -6, 2) ir C(1, 3, -1). Apskaičiuoti šio trikampio plotą ir aukštinės, nuleistos iš viršūnės B į kraštinę AC, ilgį. Ats.: S = 12,5; h = 5
2. Sudauginkite $(6\vec{a} - 3\vec{b}) \times (5\vec{a} + 4\vec{b})$; $(7\vec{a} + 2\vec{b}) \times (3\vec{a} + 3\vec{b})$ Ats.: $49(\vec{a} \times \vec{b})$; Ats.: $15(\vec{b} \times \vec{a})$
3. Apskaičiuokite trikampio, kurio dvi kraštinės sutampa su vektoriais $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$ ir $\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q}$ plotą, kai $|\vec{p}| = 1, |\vec{q}| = 1,\ \varphi = (p, q) = \dfrac{\pi}{3}$. Ats.: S=$\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$
4. Dvi gretimos lygiagretainio kraštinės sutampa su vektoriais $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ ir $\vec{b} = \vec{k} - \vec{j}$. Apskaičiuoti lygiagretainio plotą ir įstrižainių sudaromą kampą. Ats.: S = 3, $\gamma = arccos\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.
5. Duoti vektoriai $\vec{a} = \{2;1;0\}, \vec{b} = \{2;-1;1\}, \vec{c} = \{0;1;1\}$. Rasti $\vec{a} \times \vec{b},\ (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$. Ats : (1; -2; -4); (2; -1; 1).

Mišrioji trijų vektorių sandauga

6. Trikampės piramidės viršūnės yra taškai A(3;-1;5), B(5;2;6), C(-1;3;4), D(7;3;-1). Apskaičiuoti šios piramidės tūrį ir aukštinės, nuleistos iš taško D į sieną ABC, ilgį. Ats.: V=26, h$\approx$7,33
7. Su kuria λ reikšme vektoriai $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bus komplanarūs, kai $\vec{a} = (3\lambda; 1; 4)$, $\vec{b} = (3; 2\lambda; -6)$, $\vec{c} = 8\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Ats.: $\lambda_1 = -3; \lambda_2 = -\dfrac{5}{6}$. (Vektoriai yra komplanarūs, kai jų mišrioji sandauga lygi nuliui).
8. Ar gali keturi taškai A(1; 2; 3), B(2; 4;1), C(1; -3; 6), D(4; -2; 3) priklausyti vienai plokštumai. (pav.). (Taškai priklausys vienai plokštumai, kai vektoriai $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$ bus komplanarūs)

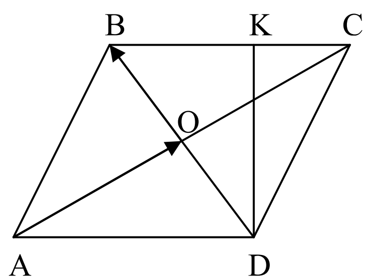


Įvairūs kartojimo uždaviniai

9. Apskaičiuoti lygiagretainio, nubraižyto ant įstrižainių $\vec{a} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ ir $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$ ilgius ir kampą tarp jų. Ats.: $|\vec{a}| = |\vec{b}| = \sqrt{49}$, $\varphi = 90^\circ$.
10. Duoti keturi taškai A(1;1;1), B(2;3;4), C(9;3;2), D(2;-1;3). Apskaičiuoti $\left|\vec{AB} \times \vec{AC}\right| + pr_{\vec{BD}}\vec{CD}$. Ats.: $\sqrt{741} + \dfrac{15}{\sqrt{17}}$.
11. Vektoriai $\vec{AB} = \{2; 1; -2\}$, $\vec{BC} = \{3; 2; 6\}$ sutampa su trikampio ABC kraštinėmis. Apskaičiuokite trikampio kraštinių ilgius, trikampio vidaus kampus, aukštinę iš kampo B į AC. Ats.: $|\vec{AB}|$=3; $|\vec{BC}|$=7; $|\vec{AC}|\approx$7.07; h $\approx$ 2,915.
12. Apskaičiuokite vektoriaus $\vec{d} = \vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$ modulį ir vienetinį vektorių $\vec{d}^\circ$, kai $\vec{a} = \{2;-3;1\}, b = \{1;5;-2\}, c = \{3;-4;3\}$. (čia $\vec{d}^\circ = \left(\dfrac{\vec{d}_x}{|\vec{d}|}; \dfrac{\vec{d}_y}{|\vec{d}|}; \dfrac{\vec{d}_z}{|\vec{d}|}\right)$)).
13. Duoti vektoriai $\vec{a} = \{1; -1; 2\}, \vec{b} = \{-2; 0; 2\}$, $\vec{c} = \{3; 2; 1\}$. Apskaičiuoti $\vec{a} \cdot \vec{c};\ (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$; $\vec{a} \cdot (2\vec{b} + 3\vec{c});\ (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$. Ats.: $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3;\ (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = -1;\ \vec{a} \cdot (2\vec{b} + 3\vec{c}) = 13;\ (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = (6;4;2)$
14. Rasti vektorių $\vec{m}$, kolinearų su vektoriumi $\vec{a} = \{2;3;2\}$, kai $\vec{m} \cdot \vec{a} = 34$. Ats.: $\vec{m} = \{4;6;4\}$

Veiksmai su vektoriais

1. Duota $\vec{a}(2;3;5)$, $\vec{b}(1;-1;5)$. Raskite $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $(\vec{a}+\vec{b}), (\vec{a}-\vec{b}), |\vec{a}+\vec{b}|, |\vec{a}-\vec{b}|$. Ats.: $|\vec{a}| = \sqrt{38}$, $|\vec{b}| = 3\sqrt{3}$, $(\vec{a}+\vec{b}) = (3;2;10), (\vec{a}-\vec{b}) = (1;4;0), |\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{113}, |\vec{a}-\vec{b}| = \sqrt{17}$.
2. Duota A(1;2;4) B(2;3;9). Rasti vektorių $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{BA}$ koordinates ir ilgį. Vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ vidurio taško M koordinates.
3. Vektoriai $\vec{a}(x;y;z)$, $\vec{b}(6;-8;-7{,}5)$ yra kolinearūs (lygiagrečiose arba toje pačioje tiesėje; jų koordinatės yra proporcingos). Apskaičiuokite vektoriaus $\vec{a}$ koordinates, jei vektoriaus $\vec{a}$ ilgis yra lygus 50; Ats.: (24;-32;-30)
4. Vektoriai $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ sudaro 60 laipsnių kampą. $|\vec{a}|$ = 4, $|\vec{b}| = 3$. Raskite $|\vec{a}+\vec{b}|, |\vec{a}-\vec{b}|$.
5. Vektorius $\vec{a}$ su ašimi Ox sudaro $\alpha = 60^\circ$ kampą, su Oy $\beta = 45^\circ$ kampą, su Oz ašimi smailųjį kampą. Apskaičiuokite vektoriaus $\vec{a}$ koordinates, kai $|\vec{a}|$=8. (Vektoriaus krypties kosinusų taisyklė $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$.) Ats.: (4; 4$\sqrt{2}$; 4)
6.



Duota ABCD – lygiagretainis. $\overrightarrow{OB} = b$; $\overrightarrow{AO} = a$; BK:KC=7:2.

Išreikškite vektorius $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{KB}, \overrightarrow{DK}$ vektoriais $\vec{a}$ ir $\vec{b}$.

7. Vektorius $\vec{a}$ su koordinačių ašimis sudaro lygius smailius kampus. Apskaičiuokite juos ir vektoriaus $\vec{a}$ koordinates, jei jo ilgis $2\sqrt{3}$. Ats. : (2;2;2)
8. Įrodykite, kad keturkampis ABCD yra trapecija, jei jo viršūnės yra šiuose taškuose: A(-1;5;-10), B(5;-7;8); C(2;2-7); D(5;-4;2).
9. Apskaičiuokite vektoriaus $\vec{d}$ koordinates ir ilgį, kai $\vec{d} = \vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$; $\vec{a} = (2;-3;1)$; $\vec{b} = (1;5;-2)$; $\vec{c} = (3;-4;3)$. Ats.: (9;-25;14)

Skaliarinė sandauga

1. Trikampio viršūnės yra taškai A(2;-1;4), B(5;3;4), C(2;5;12). Iš viršūnės C nuleista aukštinė, kuri dalija kraštinę AB į dvi lygias atkarpas. Apskaičiuokite trikampio kraštinių ilgius ir kampo A didumą.
2. Žinomos trikampio ABC viršūnės (0;2) (-4;-1) (-1;-4) . Raskite trikampio kraštinių ilgius, pusiaukraštinės BE ilgį ir kampo BAC didumą.
3. Žinomos keturkampio ABCD viršūnės A(1;2;3), B(7;3;2), C(-3;0;6), D(9;2;4). Įrodykite, kad šio keturkampio įstrižainės statmenos (Įstrižainių skaliarinė sandauga = 0).